عمليات التجريد لدى طلاب الصف التاسع لموضوع هندسة الدائرة باستخدام أنشطة نمذجة (دراسة نوعية)

أ.هشام احمد هاشم بني مطر *

ملخص الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى تصميم أنشطة نمذجة حياتية لموضوع هندسة الدائرة لدى طلاب الصف التاسع، وذلك بمساعدة أداة تكنولوجية وهي برنامج جيوجبرا، وفحص عمليات التجريد التي قام بها الطلاب من خلال تحليل عمليات تعلّم الطلاب بواسطة نظرية التجريد في سياق، وتم تطبيق الدراسة على ثلاثِ مجموعات من طلاب الصف التاسع الأساسي، ومن خلال مراقبة ومتابعة عمل الطلاب، ومناقشة أفكارهم، وتحليلها بواسطة النظرية (التجريد في سياق)، توصلت الدراسة إلى عدة نتائج أهمها أن الطلاب تعلموا موضوع زوايا الدائرة من النماذج الحياتية التي قدمت للطلاب كأنشطة، ومن نمذجتها ببرنامج جيوجبرا الذي استفاد الطلاب منه في جميع مراحل التعلّم تعرف الطلاب على المفاهيم والعلاقات من خلال المرور بمراحل الفهم المختلفة حسب نظرية التجريد، وفي ضوء هذه النتائج اوصت الدراسة إلى عدة توصيات، أهمها إدخال أنشطة النماذج الحياتية لمنهاج الرياضيات بحيث يتعامل معها الطلاب في الحدث التعليمي مستخدمين بذلك التكنولوجيا، أو بدونها.

الكلمات المفتاحية: النمذجة الرياضية، برنامج جيوجبرا، أنشطة رياضية حياتية، نظرية التجريد في سياق، موضوع الزوايا في الدائرة، الصف التاسع الاساسي.

* معلم رياضيات للمرحلة الثانوية ومدرب لمعلّمي الرياضيات

Abstraction processes among ninth-grade students regarding the topic of circle geometry using modeling activities (A qualitative research)

Hisham Ahmad Bani-Mattar*

Abstract

This study aimed to design real-life modeling activities for teaching circle geometry to ninth-grade students, using the GeoGebra software as a technological tool. It also examined students' abstraction processes through the Abstraction in Context Theory by analyzing their learning experiences. The study involved three groups of ninth-grade students and included observing their work, discussing their ideas, and analyzing them using the theory. Key findings revealed that students effectively learned the concept of circle angles through real-life models presented as activities and modeled using GeoGebra, which supported their understanding across various stages of learning. Based on these findings, the study recommended integrating real-life modeling activities into the mathematics curriculum to enhance learning, with or without the use of technology.

Keywords: mathematical modeling, Geogebra, real-life situations, abstraction theory, Angles within a circle, 9th Grade.

* High school math teacher-Trainer of Mathematics teachers

مقدمة الدراسة

تحتل الرياضيات مكانة ومركزاً أساسياً بين العلوم المختلفة، ويمكن وصفها بالعمود الفقري لتلك العلوم، فالرياضيات من وجهة نظر كثير من المختصين أداة مهمة لتنظيم الخبرات، لذلك لابد من تغير النظرة والتي ترى أن التحصيل هو الهدف الأساسي لتعليم الرياضيات، فالرياضيات هي التي يستطيع الطالب من خلالها توظيف ما اكتسبه من معرفة رياضية في حل المشكلات التي تواجهه في المواقف المختلفة وفي خدمة المجتمع الذي يعيش فيه، فقد شهدت السنوات القليلة الماضية حركة تدعو إلى تحديث طرائق التدريس المتبعة، إذ استمدت عملية التحديث هذه دعائمها وأسسها من سيكولوجية التعلّم، وإيجاد أجيال ذات شخصيات متزنة قادرة على حل مشكلات العصر. حيث تعد التطبيقات الرياضية أداة فاعلة في فهم وتحليل المشكلات المتضمنة في سياقات أخرى، وتساعد في تعزيز فكرة أن الرياضيات تشكل جزء أساسي في العديد من الموضوعات بمجالات مختلفة (Niss, 2010, 50).

أنّ تحديث طرائق التدريس يتم في ضوء الحقيقة والفهم؛ لأنّ تدريس الرياضيات من الأعمال المركّبة التي يتعرض لها المعلم داخل غرفة الصف، وخصوصاً أثناء إعطاء الموادّ الرياضية متنوعة المحتوى. بشكل خاص، يصبح تدريس الرياضيات صعباً عندما لا يندمج الطلاب مع المعلم في الدرس، وقد يحدث هذا بالرغم من أنّ الطالب قادر على التفسير، والتحليل، والتركيب، والتصنيف، والتفكير المنعكس، والتخيل، وكذلك بالرغم من أنّ تفكير الطلاب يصبح ناقداً من سن (١١-١٤) حسب نظرية بياجيه المشار إليها في دراسة (الرافعي، ٢٠٠١، ٢٢)، وسبب عدم اندماج الطالب قد يكون على الأغلب بأنّه لا يعطى الفرصة لإخراج ما لديه من تفسيرات وتحليلات، وهذا يحصل عادة في طريقة التعليم التقليدية، وهذا ما يدفعنا إلى البحث عن طرق جديدة لتعليم

الرياضيات، وأهمها النمذجة التي تهتم بالتطبيقات الرياضية الحياتية، وكذلك تكنولوجيا التعليم، ونحن نتوقع أنّنا حين ندمج بين النمذجة والتكنولوجيا سوف يتحسن تعلّم الطلاب بإعطائهم فرصا مختلفة ومتنوعة للتعبير عن أنفسهم ولتشجيعهم على القيام بإعمال رياضية خاصة بهم. حيث أن دور النماذج والنمذجة الرياضية في تدريس الرياضيات تلقى اهتماماً متزايداً في الآونة الأخيرة؛ لأنه يُحدث تعلم حقيقي ويُعكس أساليب التفكى التي تتولد عنه، كما أن ممارسة أنشطة النمذجة في إطار مهام تكون مفيدة في تعليم وتعلم الطلاب وتقييم أدائهم، ومعرفة اتجاهاتهم وميولهم أيضاً، وغالباً ما تؤدي إلى تحصيل رياضي ملحوظ (Kang, 2012, 6).

تتعدد المواضيع التي يطرحها كتاب الرياضيات في كل صف يمر فيه الطالب لتشمل عدة فروع، إذ يمكن استخدام النمذجة والتكنولوجيا في كل هذه المواضيع، مما يسهل تعلّم هذه المواضيع ويجعلها ذات معنى للطلاب، والتكنولوجيا التي تم استخدامها في هذه الدراسة هي تكنولوجيا حاسوبية، ودعت الكثير من الدراسات لاستخدام الحاسوب كوسيلة تعليمية، حيث أنّ الحاسوب يقدم برامج متنوعة تتناسب مع حاجات الطلبة، هذا بالإضافة إلى أنّه يلعب دورًا هامًا في إثارة فاعلية المتعلم وحماسه للتعلّم، ومن هذه البرامج التي يتيحها الحاسوب برنامج جيوجبرا الذي المستخدم في هذه الدراسة لتعليم موضوع هندسة الدائرة، إذ يشير (Udi & Radakovic, 2012, 4945) إلى أنّ استخدام برنامج جيوجبرا مكَّن الطلبة من فهم المبادئ والمفاهيم في الرياضيات وذلك من خلال ما يوفّره هذا البرنامج من ربط بين الجانب النظري والديناميكي للمفاهيم في الرياضيات.

في هذه الدراسة نهتم باستخدام النمذجة الرياضية والتكنولوجيا في موضوع الهندسة الذي يعد من أهم فروع الرياضيات وأصعبها، وهو موضوع يمس الحياة العملية بصورة واضحة لما يوجد حولنا من أشكال هندسية يعد أغلبها مثيرا

للاهتمام، وتضع أشكالها المتواجدة أمام الأعين الكثير من علامات الاستفهام التي تحاول البحث عن إجابات لتفسير العلاقات التي تظهر فيها الأشكال، والقيام بفعاليات عن هذه الأشكال باستخدام النمذجة والتكنولوجيا سوف تتيح ربطا مع الحياة اليومية، وهو ما سوف يشجّعه على تعلّم مواضيع رياضية متقدمة يمكن التطرق إليها عن طريق نمذجة الأشكال الهندسية اليومية بتوجه تكنولوجي، ونظراً لأهمية النمذجة الرياضية فقد أوصت العديد من الدراسات باستخدام النمذجة الرياضية في التعليم، ومن هذه الدراسات دراسة (أحمد، ٢٠٠٨)، ودراسة (الرفاعي، ٢٠٠٦).

وتم في هذه الدراسة تحليل نمذجة الطلاب للمواقف الحياتية بمساعدة برنامج جيوجبرا وفقا لنظرية التجريد في سياق التي تصف بدورها ثلاث مراحل للإدراك الرياضي وهي: الحاجة، والظهور، والتحكم، إذ أنّ مرحلة الظهور تتكون من ثلاث مراحل هي: تعرف على، والبناء مع، وبناء معرفة جديدة.

مشكلة الدراسة

تتحدد مشكلة الدراسة في صعوبات تعلم المفاهيم الهندسية المتعلقة بالدائرة لدى طلاب الصف التاسع؛ ممّا يتطلب البحث عن طرق بديلة تسهل عملية تعلمها؛ ليؤدي ذلك إلى تنمية أدائهم التعليمي، وقد تحددت مشكلة الدراسة في السؤال الرئيس: " ما عمليات التجريد لدى طلاب الصف التاسع لموضوع هندسة الدائرة باستخدام أنشطة نمذجة حياتية؟".

أسئلة الدراسة

ويتفرع عن السؤال الرئيس الأسئلة الفرعية الآتية:

١. ما هي انشطة النمذجة الحياتية المرتبطة بموضوع هندسة الدائرة؟

٢. ما عمليات التجريد لدى طلاب الصف التاسع عندما لموضوع هندسة الدائرة؟

أهداف الدراسة

تهدف هذه الدراسة إلى ما يلي:

١. تحديد عمليات التجريد لدى طلاب الصف التاسع لموضوع هندسة الدائرة.

٢. تصميم أنشطة نمذجة حياتية لموضوع هندسة الدائرة.

أهمية الدراسة

قد تفيد هذه الدراسة كل من:

معلّمي الرياضيات: بتقديم أنشطة نمذجة حياتية لموضوع هندسة الدائرة.

مخططي المنهاج: بتحديد علميات التجريد التي يتبعها طلاب الصف التاسع.

الطلاب: من خلال تدريبهم على استخدام برنامج جيوجبرا، وفتح آفاق جديدة لهم لربط النماذج الحياتية بمادة الرياضيات.

مصطلحات الدراسة

تعتمد الدراسة التعريفات الآتية لمصطلحاتها:

- النمذجة الرياضية: هي تطبيقات للرياضيات يتم فيها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية وحلها. فالنمذجة الرياضية تعمل على تمثيل مشكلات العالم الحقيقي وفق الشروط الرياضية، وإيجاد حلول لتلك المشكلات باستخدام النموذج الرياضي الذي يمكن التعامل معه بصورة أبسط من تعقد المشكلة في العالم الحقيقي (Cheng, 2001, 22).
- برنامج جيوجبرا: يصف عنبوسي وضاهر وبياعة (٢٠١٢، ٣) برنامج جيوجبرا بأنّه برنامج حاسوبي حديث نسبيا لتعليم وتعلّم الرياضيات، وهو مصدر مفتوح، بمعنى أنّ إمكانيات تطويره وفقا لحاجاتنا الكبيرة. من ناحية أخرى، برنامج جيوجبرا يمَكن الطلاب من استكشاف مواضيع رياضية مختلفة (هندسة، وجبر، وحساب التفاضل والتكامل، إلخ)، وذلك بطريقة ديناميكية ومستقلة.

- أنشطة رياضية حياتية: هي أنشطة رياضية تعالج مواقف حياتية، أي أنّ الطالب يتعامل هنا مع معطيات حياتية ويحاول أنّ يبني علاقات رياضية تلائم المعطيات الحياتية. هذه الأنشطة تقرّب الرياضيات من الطالب وتحبّبه بها وتزيد من نشاطه الدراسي في الصف وخارج الصف إذا نفذت الأنشطة خارجه.
- نظرية التجريد في سياق: هي نظرية لتحليل عملية فهم الطلاب لموضوع رياضي معين أو لمفهوم رياضي معين، وهي بشكل خاص نظرية لتحليل عمليات تجريد الطلاب حين يتعلمون موضوعا أو مفهوما رياضيا، وهذه النظرية تتحدث عن ثلاث مراحل يمر فيها الطالب في التجريد: الحاجة إلى التجريد (Need)، ظهور الفهم والتجريد (Emergence) والتحكّم (Consolidation)، وظهور الفهم بدوره يتكون من ثلاث مراحل: التعرف على (Recognizing)، وبناء مع (Building-with) وبناء جديد (Constructing) (Dreyfus & Tsamir, 2004, 274).

حدود الدراسة

تتحدد هذه الدراسة بالحدود التالية:

- حدود مكانية: اعتمدت الدراسة على ثلاث مجموعات من طلاب الصف التاسع الأساسي من إحدى المدارس لمديرية التربية والتعليم في نابلس وهي مدرسة ابن الهيثم الأساسية للبنين.
- حدود زمانية: تمّ إجراء الدراسة في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٣-٢٠١٤م.
- حدود الموضوع: اقتصرت الدراسة على تحليل عمليات التعلّم لموضوع الزوايا في دائرة.
- حدود طريقة التحليل: ركزت هذه الدراسة على تحليل التعلّم باستخدام نظرية التجريد في سياق.

الإطار النظري

يتناول الإطار النظري النمذجة الرياضية وأهدافها وأهميتها، وعمليات النمذجة وبرنامج جيوجبرا ونظرية التجريد في سياق التي استند إليها.

النمذجة الرياضية:

يتفق الباحثون أنّ النمذجة الرياضية تبدأ بمشكلة من الحياة اليومية أو مشكلة تعبّر عن موقف حياتي. مثلا دراسة تشنغ (Cheng, 2001) يرى أنّ النمذجة الرياضية عملية تمثيل مشكلات العالم الحقيقي رياضيا ومحاولة إيجاد حلول لتلك المشكلات، ويذكر تشينغ أن النمذجة الرياضية عملية تمثيل مشكلات العالم الحقيقي وفق الشروط الرياضية، وإيجاد حلول لتلك المشكلات باستخدام نموذج رياضي. ويشدد كاهن وكايل (Kahn & Kyle, 2002) على علاقة النمذجة الرياضية بالحياة اليومية، إذ يقولان أنّها ترجمة مشكلة من العالم الواقعي إلى تمثيل رياضي، ويصف مينا (٢٠٠٦) النمذجة الرياضية بأنّها تطبيقات رياضية يتم فيها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسالة رياضية وحلها واختبار الحلول على الموقف الحياتي واختيار أفضل الحلول.

أهداف النمذجة الرياضية وأهميتها:

لنمذجة دوراً أساسياً في إكساب التلاميذ المعرفة الأساسية في الرياضيات وتعمل على تنمية عمليات التفكير المنطقي ومهارات التفكير العليا، ويقوي الحافز عند التلاميذ للتعلّم وأنّ كل ما يتعلّمونه يمكن تطبيقه في الحياة اليومية، وتشير دراسة جيانغ وآخرون (Jiang, et al, 2000, 477) إلى دور النمذجة الرياضية في تنمية التفكير الرياضي والمهارات التفكيرية الرياضية، حيث تبين الدراسة بأنّ استخدام النمذجة الرياضية يسهم في تحسين الكثير من المخرجات في عملية التعلّم الرياضية، إذ تشجع النمذجة الرياضية في ربط التعلّم بالحياة، وتساعد أيضاً النمذجة الرياضية المعلمين على أنّ يدركوا مشكلات مجتمعية كثيرة مؤثرة مليئة

بالرياضيات، وكذلك اشارت دراسة كاربنتر ورومبرغ (Carpenter & Romberg, 2004) لأهمية البدء في استخدام النمذجة الرياضية في المدارس الابتدائية.

وتشير دراسة بلومهوي و جنسن (Blomhoj & Jensen, 2007, 51) إلى الجوانب الثلاثة المهمة التي تحفزها النمذجة الرياضية عند الطلاب بشكل أساسي: (١) درجة التغطية لعملية النمذجة الملموسة من قبل الطلاب ضمن عملهم، (٢) مستوى طلاب تقني ملائم حتى يكون الطلاب قادرين على القيام بنشاطات النمذجة، (٣) واقعية المواقف المنمذجة في الصف بحيث يحاول الافتراض بأنّ المسائل الواقعية تحفز الوصول إلى ذروة الحدث عند الطلاب ضمن نشاطات نمذجة لاحقة.

النموذج الرياضي وعمليات النمذجة:

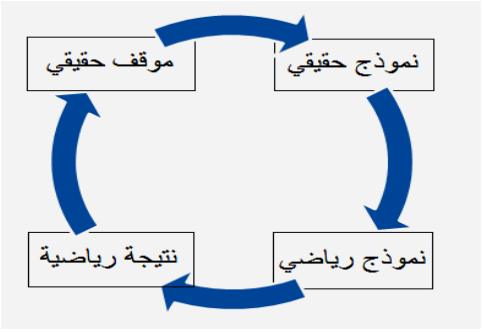
يقدّم لنا النموذج خدمة جيدة في توضيح العمليات والظواهر، لاسيما المعقدة منها وتسهيل صورها، ويسهم بذلك في دراسة الشيء الذي جاء لتصوره وفحص النظرية التي بني عليها، ونظراً للفجوة بين الواقع والنظرية أعتبرت النماذج جسورا تسمح بجسر هذه الفجوة أثناء بناء النموذج، وتعمل النماذج على التعبير وتصوير المفاهيم المتفاعلة مع الواقع، وتمثيلها كجزء رسمي للواقع، وبالتالي تساعد في فهم وضبط أفضل للظواهر المدروسة. حيث يرى مولينوكس–هودجسون وآخرون (Molyneux–Hodgson, et al, 1999, 173) أنّ من أهم خصائص النموذج الرياضي أنّ جميع مركباته معرفة، لذلك عند بنائه يكون واضحاً بشكل تام، وهذه تعد مصدر قوة للنموذج، إذ يمكن معرفة أجزاء أي عنصر تؤخذ بالحسبان والتعديل وأيها تترك جانباً.

ومن ناحية التطبيقات المدرسية للنمذجة، تهدف النماذج الرياضية إلى مساعدة الطالب على فهم الموضوعات الرياضية من خلال الانتقال من مواقف واقعية في الحياة إلى نماذج رياضية مجردة، كما أنّ النماذج الرياضية تساعد الطالب على

استخدام الرياضيات في حل كثير من المشكلات التي تصادفه في الحياة (أحمد، ٢٠٠٨، ٢٦). والنموذج الأول الذي سيتم عرضه من الباحث كريفراث (Greefrath, 2007) يبدأ بموقف واقعي، ومن ثم تحويل ذلك إلى نموذج واقعي.

النموذج الأول:

يمثل النموذج الأول دائرة النمذجة حسب كريفراث (Greefrath, ٢٠٠٧) في هذا النموذج نقطة البداية هي الموقف الحقيقي الذي يمكن أنّ يختار من قبل شخص ما (معلم، طلاب...) للتعامل معه بشكل رياضي، والتحويلات بين المراحل الأربعة غير مسماة في هذا النموذج وغير توجيهية (غير ترتيبية). الشكل (١) يبيّن دورة النمذجة حسب كريفراث (Greefrath, ٢٠٠٧).

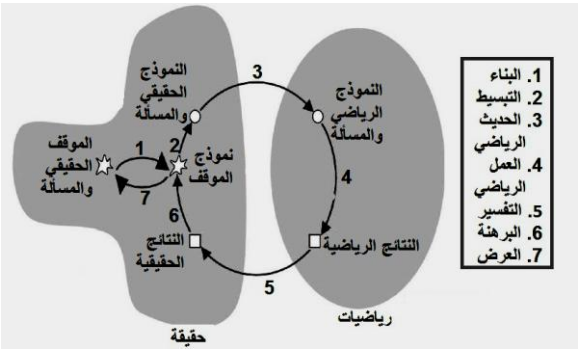


شكل (١): دورة النمذجة حسب كريفراث (Greefrath, ٢٠٠٧).

النموذج الثاني:

نموذج آخر لعملية النمذجة يمكن أنّ نجده في دراسة بورروميو فيري (Borromeo Ferri, 2006, 87) يبدأ هذا النموذج بموقف حقيقي مشابه للموقف الحقيقي لنموذج كريفراث (Greefrath, ٢٠٠٧)، ومن هذا الموقف الحقيقي يتطور نموذج عن طريق بناء وفهم الحياة الواقعية (الخطوة ١)، ويبنى هذا النموذج في الخطوة التالية للحصول على نموذج مبسط للموقف الحقيقي (الخطوة ٢)، وهذا النموذج المبسط يمكن أنّ يحول لنموذج رياضي (الخطوة ٣)، ومنها

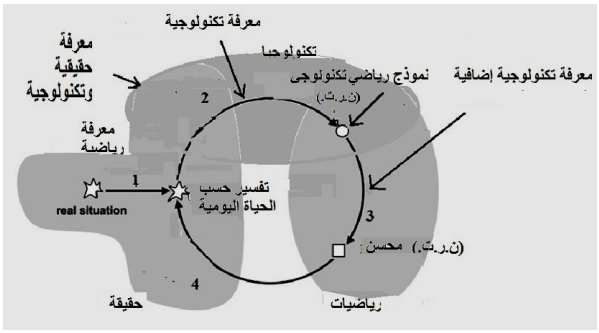
لنتائج رياضية (الخطوة ٤)، وفي الخطوة الخامسة (٥) يجب تفسير هذه النتائج للحصول على نتائج تلائم الحياة الواقعية، اما في الخطوة السادسة (٦) فيجب فحص ما إذا كانت هذه النتائج تلائم النموذج الواقعي، وفي الخطوة الاخيرة (٧) تطبق النتائج في المشكلة الحقيقية الواقعية، ويتضمن هذا النموذج وصف التحولات من مرحلة لأخرى إذ تمثل الأسهم نقطة التحول في نفس الاتجاه، حيث أنّ دائرة النمذجة عبارة عن الصلة بين العالم الواقعي والرياضيات، والشكل (٢) يبين دائرة



النمذجة حسب (Borromeo Ferri, 2006, 87).

الشكل (٢): دورة النمذجة حسب (Borromeo Ferri, 2006, 87).

هذا النموذج استخدمه ضاهر وعوضي الشهباري (Daher & Awawdi Shahbari, 2013) واللذان فحصا دورات نمذجة معلمي ما قبل الخدمة حين يقومون باستخراج نماذج ملائمة لفعالية "مسابقة القراءة الصفية"، وقد وجد الباحثان أنّ معلمي ما قبل الخدمة استخدموا ثلاثة نماذج مختلفة مع تكنولوجيا، ويظهر أحدها في شكل (٣):



الشكل (٣): دورة النمذجة باستخدام التكنولوجيا حسب ضاهر وعوضي الشهباري (Daher & Awawdi Shahbari, 2013, 39).

وهذه الدراسة فحصت مركبات وصفات كل مرحلة من مراحل دورة النمذجة عندما يقوم الطلاب بمسائل نمذجة واقعية بهدف التوصل إلى علاقات رياضية، وذلك عندما تتم المراحل في بيئة تكنولوجية، وبشكل محدد بيئة جيوجبرا، سوف نتطرق فيما يلي إلى برنامج جيوجبرا وصفات البيئة الرياضية التي تعتمد على هذا البرنامج.

برنامج جيوجبرا كأداة تربوية في صف الرياضيات:

تقترح دراسة غونكاغا وماجيروفا (Guncaga & Majherova, 2012, 45) استخدام برنامج جيوجبرا لربط الرياضيات مع المعلوماتية ومع مواضيع أخرى، واهتم الباحثون اهتماما خاصا بإسهام برنامج جيوجبرا في فهم الطلاب الرياضي وتعميق هذا الفهم، ويمكن وصف التكنولوجيا حسب دراسة آدامز وموبلنبورغ (Adams & Muilenburg, 2012, 3508) على انها تدعم تعلّم الطلاب بسبب إمكانياتها البصرية وأدواتها التي تساعد الطلاب على اكتشاف العلاقات كوسيلة لدعم تعلّم الطلاب وتحسين تعلمهم، وبشكل محدود أكثر يمكن النظر لبرنامج جيوجبرا كأداة ذات إمكانيات مختلفة حيث يصف أوجويل (Ogwel, 2009, 25) ثلاثة إمكانيات رئيسية لبرنامج جيوجبرا:

- أداة تمثيل وعرض: تمثيل جبري، وتمثيل هندسي، وتمثيل عددي، وتمثيل دينامي وربط بين التمثيلات.
- أداة للنمذجة: أبنية دينامية، وتعلّم عن طريق الاكتشاف والتجربة.
- أداة كتابة: بناء ومشاركة في المواد في المجتمع الإنترنتي، والبحث العالمي حول التعلّم والتعليم باستخدام برنامج جيوجبرا.

هذه الإمكانيات تمكّن المعلم من تنويع تعليمه وتنويع التمثيلات الرياضية التي يتعرّض لها طلابه، كما يمكّن الطلاب من مشاركة زملائه في إنتاجه وحلّ مشكلات رياضية بشكل جماعي، وهذه الدراسة تفحص عمل الطلاب في مسائل نمذجة بهدف تعلّم موضوع زوايا في الدائرة، وتم هذا الفحص باستخدام نظرية تحليل إدراكي هي نظرية التجريد في سياق.

نظرية التجريد في سياق (Abstraction in context):

تصف النظرية حسب ما جاء في دراسة دريفوس وتسامير (Dreyfus & Tsamir, 2004, 275) ثلاث مراحل للإدراك الرياضي وهي: الحاجة (Need)، والظهور (Emergence)، والتحكم (Consolidation). مرحلة الظهور تتكون بدورها من ثلاث مراحل وهي: التعرف على (Recognizing)، والبناء مع (Building–with)، وبناء معرفة جديدة (Constructing)، ونفصل الآن كل مرحلة من المراحل:

- الحاجة (Need): حسب النظرية، الطالب يجب أنّ يشعر بالحاجة إلى المعرفة في مجال معين حتى ينوي القيام بتعلّم هذه المجال.
- التعرف على (Recognizing): تحدث هذه المرحلة عندما يتعرف المتعلم على مبنى من مباني المعرفة السابقة كملائم للموقف الحالي.

- البناء مع (Building–with): تحدث هذه المرحلة عندما يستخدم المتعلم عدة أبنية معروفة سابقاُ لأجل تحقيق هدف معين مثل حل مشكلة أو برهان.
- بناء معرفة جديدة (Recognizing): هو الفعل المعرفي الأساسي للتعليم وهو يتكون من تجميع ودمج أبنية مختلفة رياضياً وبشكل عمودي لتكوين بناء جديد، وهو يشير إلى المرة الأولى التي فيها البناء يعبر عنه أو يستخدم من قبل المتعلم، وهذا لا يعني أنّ المتعلم قد إمتلك المعرفة بشكل عميق وقد لا يكون لديه وعي بشكل كامل. كما قد يكون متعلق بالسياق وغير ثابت.
- مرحلة التحكم (Consolidation): هي عملية غير منهجية من خلالها يصبح المتعلم واعياً للمبنى، واستخدام الأبنية يصبح واضحاً أكثر ووفيراً، وعندها ثقة الطالب تزيد عند استخدامه، والطلاب يظهرون مرونة أكثر وأكثر باستخدام البناء.

من النمذجة إلى التجريد:

يتم بدايةً عرض النموذج الحقيقي للطلاب مثل نموذج ساعة الحائط الذي تم عرضه للطلاب في نشاط الزاوية المركزية، وقام الطلاب بنمذجته بمساعدة برنامج الجيوجبرا ليصبح النموذج لديهم بشكل افضل يُمكِّن الطلاب من خلال عملهم على برنامج جيوجبرا التوصل للمفهوم المنشود، وظهرت عمليات التجريد من خلال عمل الطلاب وتدرجهم في اسئلة النشاط ومحاولة الاجابة عليها، وهنا ظهرت الحاجة لدى الطلاب وهي المرحلة الأولى من مراحل التجريد بحيث كانت الحاجة في النشاط رسم الساعة في برنامج جيوجبرا للتوصل إلى مفهوم الزاوية المركزية، كما ظهرت مرحلة التعرف–على عندما قام الطلاب بالتعرف على عناصر هندسية عرفوها سابقا من الشكل الذي تم تمثيله في برنامج الجيوجبرا، كما ظهرت ايضا

مرحلة البناء–مع لدى الطلاب عندما استخدم الطلاب عدة مفاهيم معروفة سابقا لغرض التوصل لمفهوم الزاوية المركزية الذي تعرف عليه الطلاب في مرحلة بناء معرفة جديدة، وكذلك الحال في باقي الانشطة.

الدراسات السابقة:

نعرض في هذا الجزء بعض الدراسات السابقة في موضوع النمذجة، ثم بعض الدراسات السابقة في موضوع التجريد في سياق، وكذلك بعض الدراسات السابقة عن استخدام برنامج جيوجيبرا في التعليم.

دراسات عن النمذجة الرياضية:

- وضعت دراسة ستيلمان، وآخرون (Stillman, et al, ٢٠٠٧) إطار عمل ناجح لتنفيذ عملية النمذجة الرياضية في الفصول الدراسية الثانوية، وهذا الإطار يمكن استخدامه من قبل المعلمين والباحثين والمصممين لهذه المناهج والمهام، وبينت الدراسة المراحل الانتقالية التي تمّ القيام بها في تنفيذ المهمة المعطاة، وهذه المراحل النمذجة هي: الفهم، والتبسيط، وتفسير السياق، ووضع الفرضيات، وصياغتها، وإجراء عمليات رياضية ومن ثم تفسير النتائج الرياضية، ومقارنتها، ونقدها والتأكد من صحتها.
- وهدفت دراسة (عسيري وحسانين، ٢٠٢٠) معرفة أثر استخدام استراتيجية النمذجة في تدريس الرياضيات في تنمية التفكير التوليدي وحل المسائل اللفظية لدى طلاب الصف الأول المتوسط بمدينة نجران، حيث أظهرت النتائج وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار حل المسائل اللفظية، واختبار التفكير التوليدي لصالح طلاب المجموعة التجريبية. وتوصلت دراسة (جريش والبعلي، ٢٠١٨) إلى أن النمذجة الرياضية تحسن القدرة على التفكير الإبداعي.

- كما هدفت دراسة (علي والكنعاني، ٢٠١٧) إلى معرفة اثر إستراتيجية النمذجة على تحصيل طلبة المرحلة الرابعة – قسم الرياضيات، كلية التربية للعلوم الصرفة من مادة الرياضيات التطبيقية، فضلا عن معرفة معتقداتهم نحو تعلم وتعليم الرياضيات، حيث أظهرت نتائج هذه الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية في التحصيل ومعتقدات الطلبة نحو تعلم وتعليم الرياضيات ولصالح المجموعة التجريبية التي درست وفق إستراتيجية النمذجة، وكذلك دراسة (أبو مزيد، ٢٠١٢) التي هدفت إلى معرفة أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية مهارات التفكير الإبداعي في الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الأساسي بمحافظات غزة، حيث توصلت الدراسة إلى أن استخدام النمذجة الرياضية ادى إلى تنمية مهارات التفكير الإبداعي في الرياضيات.

دراسات عن نظرية التجريد في سياق:

- عدة دراسات سابقة استخدمت نموذج RBC+C (Recognizing, Building–with, Construction + Consolidation) في دراسة عمليات الفهم والتجريد التي يقوم بها المتعلمون، ومن هذه الدراسات دراسة دريفوس (Dreyfus, 2012) والتي فحص بها تعلّم الطلاب لقانون توزيع الحدود الموسع عن طريق مشكلة رياضية وعن طريق استخدامهم لمعرفتهم السابقة في موضوع توزيع الحدود، فقاموا الطلاب في البداية بالتعرف على ما عرفوه سابقا عن قانون توزيع الحدود البسيط، ثم استخدموا هذه المعرفة لحل مشكلة رياضية، أي أنهم قاموا أولا بالتعرف على، ثم بناء مع، ثم بناء، حيث عملية البناء الأخيرة كانت لقانون توزيع الحدود الموسع.

- وقامت ممنون (Memnun, 2012) بدراسة عملية التجريد لنظام الإحداثيات لطالبين من طلاب الصف السادس باستخدام نظرية التجريد RBC+C (Recognizing, Building–with, Construction + Consolidation)، وقد أسس التطبيق على شكل يمكن من خلاله التمييز بين: التعرف على، والبناء مع، والبناء، والتحكم والتي لها علاقة بعمليات فهم الطلاب في حل مشكلات، حيث شاركت الباحثة كمراقب في هذه التطبيقات، وتمّ إجراء تحليل للبيانات من خلال واحدة من أنواع تحليل البيانات النوعية، والتحليل الوصفي لتعلّم من خلال تسجيلات الفيديو والحل في ورقة العمل، حيث قام الطالبان بالعمل على بناء المعرفة حول الربع الأول من نظام الإحداثيات، واسفرت النتائج الدراسة أنّ كلا الطالبين الذين –وهما متوسطان التحصيل– استطاعا التعرف على عناصر رياضية وعمليات عرفوها من قبل، كما أنهما استخدما هذه المعرفة لبناءات رياضية استخدموها لاحقا من أجل بناء معرفتهم الجديدة.
- وفحصت دراسة ضاهر وعوضي الشهباري (Daher & Awawdi Shahbari, 2013) دورات نمذجة معلمي ما قبل الخدمة حين يقومون باستخراج نماذج ملائمة لفعالية "مسابقة القراءة الصيفية"، والتي يطلب فيها بناء نموذج يمكن من معرفة الرابح في المسابقة، آخذين بعين الإعتبار عدة معايير، مثل عدد الكتب، وعدد صفحات الكتاب، ونوع الكتاب، وصعوبة الكتاب، وجودة تلخيص الكتاب، معلمو ما قبل الخدمة استخدموا في عملهم الجداول الإلكترونية، شاركت ست مجموعات من المعلمين قبل الخدمة من المدرسة الإعدادية، وجد الباحثان أنّ هناك ثلاث دورات مختلفة لعمليات النمذجة فيما يختص باستخدام التكنولوجيا في

مراحل عملية النمذجة، وسبب اختلاف دوائر النمذجة عزاه الباحثان إلى معيارين أساسيين: قدرة معلمي ما قبل الخدمة رياضيا وقدرتهم تكنولوجيا.

- دراسة عن استخدام برنامج جيوجبرا في تعليم الرياضيات: هدفت دراسة (الجهني، ٢٠٢٠) إلى معرفة أثر استخدام برنامج جيوجبرا في تنمية البراعة العلمية الرياضية في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الثالث متوسط بمدينة الرياض، والتي توصلت إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية، والضابطة في اختبار البراعة الرياضية ولصالح المجموعة التجريبية، حيث أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والضابطة في كل من العلمية الرياضية ولصالح المجموعة التجريبية.
- كما هدفت دراسة (العطاس والفراني، ٢٠٢٠) إلى معرفة أثر برنامج جيوجبرا على تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتيا والتحصيل في الرياضيات لطالبات الصف أول ثانوي بجدة، وتوصلت الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية في تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتيا لصالح المجموعة التجريبية يعزى لمتغير برنامج جيوجبرا في المقياس ككل.
- وايضاً هدفت دراسة (السيد، ٢٠١٨) إلى التعرف على أثر تدريس الأشكال الثنائية باستخدام برنامج الجيوجبرا لطلاب الصف الأول المتوسط على التوصيل. وقد اقتصرت الدراسة على مستويي التذكر والفهم، وتوصلت الدراسة إلى أن هناك فروقا في التحصيل الكلي وعند المستويين الأوليين من تصنيف بلوم، وهي التذكر والفهم، بين المجموعة التجريبية وحصلت على متوسط عام (٢٦.٦٠) من (٣٠)، والمجموعة الضابطة وحصلت على متوسط عام (١٦.٣٤)، والفرق بينهما (١٠.٢٦) بنسبة (٣٤.٢٪) وذلك لصالح المجموعة التجريبية، وتوصلت دراسة (إسحاق،

٢٠١٨) إلى إن برنامج الجيوجبرا له تأثير كبير في رفع مستوي تحصيل طلاب وفي تنمية مهارات التفكير البصري في الرياضيات لدي طلاب الصف الأول المتوسط مقارنة بالطريقة التقليدية الصف.

ملخص الدراسات السابقة وعلاقتها بالبحث:

من خلال استعراض الدراسات السابقة، نلاحظ أنّ جميع تلك الدراسات توصلت إلى أهمية النمذجة في التعليم فهي تعمل على الوصول المبكر للمنطق العلمي الرياضي وتسهم في تحسين الكثير من المخرجات الرياضية؛ لأنّ النمذجة الرياضية عملية تمثيل مشكلات العالم الحقيقي وفق الشروط الرياضية، والهدف الأساسي لعملية النمذجة تحويل المشكلات الحياتية المعقدة إلى صورة رياضية يسهل التعامل معها بعد تبسيط العلاقة بين متغيرات المشكلة. كما أشارت الدراسات السابقة إلى أهمية النظرية (التجريد في سياق) التي تصف ظهور بناء إدراكي جديد وتعلّم الطلاب، إذ تسهم هذه النظرية في تحليل مراحل التعلّم التي يمر بها الطالب عند حل مشكلة معينة، وهذا يلائم ما نريد القيام به من تحليل تعلّم الطلاب حين يقومون بحل مشكلات حياتية تركز على علاقات زوايا في الدائرة.

منهجية الدراسة

تعتمد هذه الدراسة على منهج البحث الكيفي، وهو منهج نوعي استخدمه الباحث لتحليل كيفية تعلّم الطلاب أثناء حل الأنشطة باستخدام النمذجة عبر برنامج جيوجبرا. تكمن أهمية هذا المنهج في تركيز الدراسة على فهم كيفية تعلّم الطلاب، مع التركيز بشكل خاص على عمليات النمذجة التي يقومون بها لاكتساب المعرفة الرياضية المتعلقة بالدائرة والزوايا المرتبطة بها.

إطار الدراسة والمشتركون بها:

تمّ إجراء هذه الدراسة في إحدى مدارس مدينة نابلس التابعة لوزارة التربية والتعليم، إذ يبلغ عدد الطلاب في هذه المدرسة (٨٢٠) طالب، يتراوح عدد الطلاب

في كل صف من (٢٥) طالب إلى (٣٥) طالب، وبالنسبة للصف التاسع الأساسي في هذه المدرسة يوجد ثلاثة شعب مسمية بالأبجدية (أ، ب، ج). يتراوح عدد الطلاب في كل شعبة من (٣٠) طالب إلى (٣٢) طالب، وتمّ إجراء الدراسة على عينة مكونة من ثلاث مجموعات من طلبة الصف التاسع الأساسي، بحيث يكون في كل مجموعة طالبان تم توزيعهم على المجموعات الثلاث بشكل عشوائي، وتحصيل الطلاب الأكاديمي في مادة الرياضيات جيد فما فوق (٧٠٪ فما فوق).

إجراءات الدراسة:

تمت الدراسة في لقاءات كما يلي:

اللقاء الأول: كان لقاء تحضيري تمّ فيه تدريب الطلاب على برنامج جيوجبرا، والتوضيح لهم كيفية التعامل مع الأنشطة باستخدام النمذجة، وذلك من خلال عمل نشاط أمامهم كبداية للعملية التعليمية.

اللقاء الثاني: كان عبارة عن عدة مراحل لعمل الأنشطة التي أعدها الباحث إذ تمّ فيها توزيع الأنشطة المأخوذة من الحياة اليومية على كل مجموعة من المجموعات المشاركة في الدراسة، وعملت كل مجموعة بنمذجتها بواسطة برنامج جيوجبرا للحصول على علاقات رياضية، وقام الباحث بتوثيق ما يقوم به الطلاب أثناء عملهم بالأنشطة من خلال تصوير الفيديو، وتسجيل الملاحظات المتعلقة بعملية التعلّم هذه، وذلك بهدف تحليل البيانات بالاعتماد على النظرية "التجريد في سياق" التي استخدمها الباحث في الدراسة.

طريقة جمع المعطيات:

استخدم الباحث الوسائل التالية لجمع معطيات البحث:

الملاحظة: قام الباحث بتصوير فيديو لأعمال الطلاب أثناء عملهم في المجموعات لملاحظة الأفعال والمناقشات التي اشترك فيها الطلاب وهم ينمذجون، ومن ثم كتابة وتسجيل ما يلاحظه الباحث أثناء مراقبتهم حتى يتسنى تحقيق أهداف

البحث المتمثلة في معرفة الأبنية الرياضية التي يقومون بها الطلاب عند الاندماج بالنشاطات الحياتية.

المقابلة: قام الباحث بمقابلة الطلاب في كل مجموعة بشكل فردي أولا، ثم بشكل جماعي بعد كل نشاط يقدم لهم من أجل سؤالهم عما ساعدهم في التوصل إلى العلاقات الرياضية في النشاط.

كانت المقابلة شبه مبنية (Semi Structured)، أي بأسئلة توجيهية تتيح للطالب إجابة حرة بداية، ثم يتم الاستيضاح من الطالب عن إجابته. أسئلة المقابلة في الملحق (٥).

المادة الدراسية:

ركزت هذه الدراسة على موضوع الدائرة التي اختارها الباحث من كتاب الصف التاسع الأساسي الفصل الأول الوحدة الرابعة (وحدة الدائرة) للعام (٢٠١٣/٢٠١٤)، وقد اختار الباحث هذه الوحدة لملائمتها لأهداف الدراسة ومنهجيتها والأنشطة التعليمية المقترحة من قبل الباحث، لذلك أُعد لهذه الدراسة أنشطة تحاكي الحياة اليومية التي يعيشها الطالب، التي تمّ إعطائها للطلاب وجعلهم يعملون بها بشكل حر لنمذجتها بواسطة برنامج جيوجبرا ليتسنى لهم معرفة مفاهيم متعلقة بالموضوع واستنتاج علاقات تخصه أيضا. اشتملت المادة التدريبية على البنود التالية:

١. الزاوية المركزية والزاوية المحيطية.
٢. الشكل الرباعي الدائري.
٣. الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري.
٤. مماس الدائرة.
٥. صدق المادة الدراسية:

بعد الانتهاء من إعداد المادة التدريبية قام الباحث بعرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين في مجال أساليب تدريس الرياضيات، من تربويين في

التربية والتعليم في محافظة نابلس، بالإضافة للدكتور المشرف على الدراسة، ومعلمين ومعلمات من حملة شهادة الماجستير والبكالوريس يدرسون مبحث الرياضيات للصف التاسع الأساسي في الميدان، وبلغ عدد المحكمين (٦)، وقد تمّ تزويد كل محكم بنسخة عن المادة التدريبية المُصممة والأنشطة الحياتية التي تمّ استخدامها في تقديم المادة للطلاب، وطلب من المحكمين إبداء الرأي في المادة التدريبية والأنشطة من حيث:

١. سلامة صياغة الأهداف التربوية من الناحية التربوية.
٢. المهارات الرياضية التي تضمنها المادة التدريبية.
٣. المفاهيم الرياضية.
٤. تصميم الأنشطة الحياتية المعدة من قبل الباحث ومدى فاعليتها مع المادة التدريبية.

وقد قام الباحث بتعديل محتوى المادة التدريبية، وذلك بناءً على اقتراحات وتوصيات المحكمين المتمثلة في إعادة صياغة بعض الأهداف السلوكية، وبعض الأشكال غير الواضحة وذلك لزيادة وضوحها وتقريبها إلى مستوى الطلبة المشاركين في الدراسة.

طريقة تحليل المعطيات:

قام الباحث بتحليل أحداث تعلّم الطلاب لموضوع الدائرة حسب نظرية التجريد في سياق، وبشكل محدد أكثر قام الباحث بتعيين الأحداث الرياضية وعمليات تعلّم الطلاب في كل مرحلة حسب النظرية كما هي موضحة في الخلفية النظرية، وهذا يعني أنّ الباحث حلّل أحداث تعلّم الطلاب حسب المراحل التالية: أحداث أو كلمات أو جمل تدل على الحاجة إلى تعلّم مصطلح معين أو علاقة رياضية معينة، أحداث أو كلمات أو جمل تدل على ظهور معرفة رياضية، أحداث أو كلمات أو جمل تدل على التحكم بمعرفة رياضية، وظهور المعرفة الرياضية تدل

عليه أحداث أو كلمات أو جمل تتعلق بثلاثة أحداث تعلّم إدراكية: التعرف على مصطلحات أو علاقات رياضية سابقة تخدم الموقف الرياضي الجديد، استخدام المعرفة السابقة في السياق الجديد، وتطوير معرفة رياضية جديدة.

نتائج الدراسة

سوف نعرض أولا النشاط وبعدها نحلل عمليات فهم وتجريد الطلاب التي قاموا بها خلال تنفيذهم للنشاط، وتقتصر نتائج الدراسة على عرض نشاط الزاوية المركزية.

نشاط الزاوية المركزية:

في بيت علي ساعة حائط قام بتصويرها بالوقت الذي كانت تشير إليه الساعة

الشكل (٤): ساعة حائط في بيت علي

كما هي بالشكل (٤)، قام علي برسم هيكل الساعة باستخدام برنامج جيوجبرا، ونحن نريد أنّ نقوم برسم هيكل الساعة مثله.

لنساعد علي في تفسير ما وجد في الشكل الذي رسمه ورسمناه نحن لهيكل الساعة من خلال الإجابة عن الأسئلة:

- أية أنصاف أقطار موجودة في الشكل؟
- أية زوايا موجودة في الشكل؟
- ماذا يميز هذه الزوايا عن غيرها؟
- نريد أنّ نرسم زوايا أخرى لها نفس ميزات الزوايا التي في الشكل.
- ماذا يمكن أنّ نسمي هذه الزوايا؟

- كيف يمكن تعريف هذه الزوايا؟
- عمليات تعلّم أزواج الطلاب لمفهوم الزاوية المركزية

سوف نصف هذه العمليات لطالبي المجموعة الأولى، وبعدها سوف نقارن بين هذه العمليات للمجموعة الأولى وبين عمليات الفهم التي قام بها الطلاب في المجموعتين الأُخريين.

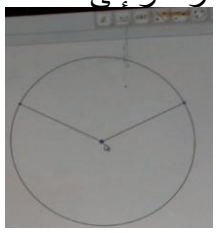
حتى نصف هذه العمليات للمجموعة الأولى نفرق بين مراحل الفهم والتجريد حسب نظرية التجريد في سياق.

مرحلة الحاجة – الزاوية المركزية:

كان لدى طالبي المجموعة الأولى حاجة لأنّ يتعرفوا على مكونات الساعة التي بينها بالشكل (٥)، هذه الحاجة نتجت من صيغة السؤال، ومن الشكل المرفق معه الذي يبين ساعة، لذلك قام الطلاب برسم دائرة؛ لأنّ شكل الساعة كان دائري (السطر ٣)، وكما رسم الطالبان داخل هذه الدائرة قطع مستقيمة حيث تعبر عن عقربي الساعة (الأسطر ٥-٧)، ولقد استخدم طالبا المجموعة برنامج جيوجبرا كورقة للرسم فقط، فرسم الطالبان من خلاله دائرة وأنصاف أقطار فيها، نرى ذلك في الحدث التعلمي التالي:

١ المجموعة الأولى قامت برسم هيكل لساعة كما هو مبين في الشكل (٥) وقال المعلم: فسر شو إلي عملته يا عمر ويا وليد.

٢



الشكل (٥): يوضح رسم الطالبين للدائرة وأنصاف الأقطار.

٣ وليد: رسمنا دائرة أول شيء.

٤ المعلم: هي شكل الساعة دائري فرسم دائرة، وماذا عملتوا أيضا؟

٥ وليد: قطع مستقيمة.

٦ عمر: رسم قطع مستقيمة إلي هي عبارة عن عقربي الساعة، وعقرب الدقائق.

مرحلة التعرف على – الزاوية المركزية:

في البداية تحققت مرحلة تعرف طالبي المجموعة الأولى على عناصر هندسية سبق وعرفوها من قبل، وهذه العناصر هي: (أ) المركز والمحيط (السطر 7)، (ب) القطعة المستقيمة حيث لها بداية من المركز ونهاية في المحيط (السطر ١)، (جـ) إعطاء صفة لأنصاف الأقطار –دون أنّ يدعوها باسم أنصاف أقطار– وهذه الصفة هي: القطع من المركز إلى المحيط (سطر ٧)، وذلك من خلال ذكر بداية القطعة ونهايتها والإشارة لهما (الأسطر ١٠–١٢)، وكذلك عرف الطالبان عدد أنصاف الأقطار الموجودة في الدائرة التي رسماها في برنامج جيوجبرا (السطر ١٠)، فهم طالبا المجموعة وجود أنصاف أقطار داخل الدائرة وذلك من خلال ذكر نقطة البداية والنهاية لكل منها والإشارة لها على الشكل الدائري الذي رسمه الطالبان في برنامج جيوجبرا (الأسطر ١٢–١٣)، نرى ذلك في الحدث التعلمي التالي:

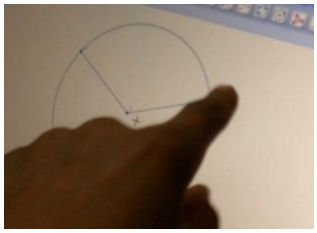
٧ وليد: القطع من المركز إلى المحيط.

المعلم: طلب من وليد التأشير على أنصاف أقطار في الشكل.

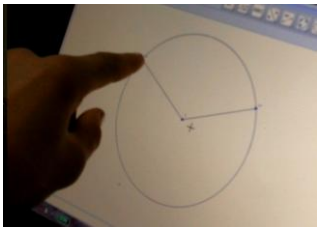
وليد: في من أ إلى ب وفي من أ إلى ج. أشار لهم قائل في هون من أ إلى ب كما في الشكل (٦) وفي هون من أ إلى ج. ثاني قطعة كما في الشكل (٧).

٨

٩



الشكل (٦): إشارة الطالب إلى بداية نصف القطر الأول من المحيط.



الشكل (٧): إشارة الطالب إلى بداية نصف القطر الأول من المحيط.

١٠ المعلم: كم نصف قطر موجود في الشكل؟

١١ عمر: اثنين.

١٢ المعلم: عارفهم. أشر عليهم يا عمر.

١٣ عمر: يؤشر على أنصاف الأقطار ويقول من أ إلى ب ومن أ إلى ج.

استخدم طالبا المجموعة الأولى برنامج جيوجبرا في مرحلة التعرف–على كورقة رسم يشير إليها مستخدما إصبعه أو مؤشر الفارة ليوضح ما يراه بصريا في واجهة البرنامج، إذ أشارا إلى نقاط، وأنصاف الأقطار، والزاوية، وكذلك سمى الطالبان النقاط بالرمز الذي يظهره البرنامج، وتمّ تسمية الزاوية برمزها الذي أظهره البرنامج أيضا.

مرحلة البناء (تطبيق المعرفة السابقة في الموقف الرياضي الجديد للتعرف عليه – قبل بناء المعرفة الجديدة) – الزاوية المركزية:

تمّ في الموقف التعلمي تعرف طالبي المجموعة الأولى من الشكل الذي مثله في برنامج جيوجبرا على عناصر رياضية تعلموها سابقا ولها علاقة بالموقف الرياضي الجديد، وبناء على هذا التعرف بدأ الطالبان بعملية بناء–مع هذه العناصر السابقة، ومن هذه الأبنية أنّ الزاوية التي تمّ رسمها في الدائرة موجودة في المركز (الأسطر ١٦–١٩)، كما تعرف طالبا المجموعة من الشكل ومعرفته السابقة بعناصر الدائرة أنّ ما يميز ضلعي هذه الزاوية أنهما أنصاف أقطار (الأسطر ٢٢–٢٣).

يمكن القول أيضا أنّه على ضوء ما تعرف عليه طالبا المجموعة الأولى بصرياً من الشكل الذي مثلوه في برنامج جيوجبرا استخدم طالبا هذه المجموعة عدة مفاهيم يعرفونها سابقاً مرتبطة مع الشكل بالرسم، إذ استخدم طالبا المجموعة الأولى معرفة سابقة لتسمية الزاوية بالنقاط التي تدل عليها، أي أنّ طالبا المجموعة استطاعا تسمية الزاوية بالرمز، وكذلك الإشارة لها (الأسطر ٢٤–٢٥)، كما قام طالبا المجموعة في مرحلة البناء–مع بالإشارة إلى زاويتين موجودتين في الشكل، وهما: الزاوية الأولى التي سماها (وليد) داخلية، والزاوية الثانية التي سماها خارجية (الأسطر ٢٦–٢٩)، نرى ذلك في الحدث التعلمي التالي:

١٤	المعلم: ماذا يميز هذه الزاوية؟
١٥	عمر: تقاطع الخطين برأس الزاوية.
١٦	المعلم: ماذا يميز هذه الزاوية لأنّها موجودة بدائرة؟
١٧	وليد: موجودة في المركز
١٨	المعلم: كيف موجودة بالمركز؟
١٩	وليد: تتقاطع بنص المركز
٢٠	المعلم: رأسها وين موجود
٢١	وليد: في المركز

٢٢ المعلم: وأضلاعها ما هما؟

٢٣ وليد: أنصاف أقطار

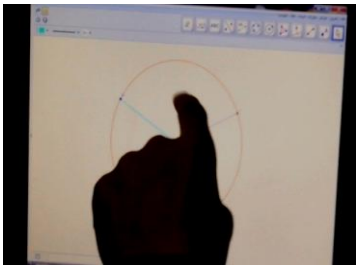
٢٤ المعلم: في زاوية في الشكل؟

٢٥ وليد يؤشر عليها ويسميها الزاوية ب أ ج

٢٦ المعلم: كم زاوية في الشكل؟

وليد: أستاذ زاويتين زاوية داخلية وزاوية خارجية. الزاوية الداخلية هي داخل هون زاوية أ ب ج وأشار إليها كما في الشكل (٨).

٢٧

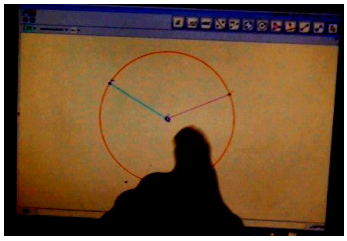


الشكل (٨): إشارة الطالب إلى الزاوية التي يسميها داخلية.

٢٨ المعلم: والزاوية الخارجية؟

وليد: أشار إليها وقال: إلي من هون كما في الشكل (٩).

٢٩



الشكل (٩): إشارة الطالب إلى الزاوية التي يسميها خارجية.

مرحلة بناء معرفة جديدة – الزاوية المركزية:

على ضوء ما تقدم نتج عند طالبي المجموعة الأولى بناء لمعرفة جديدة وهي الزاوية المركزية وهذا البناء الجديد كان نتيجة من أبنية سبق وتعلمها الطالبان كما تحدّثنا عنها سابقا في مرحلة البناء–مع، إذ كان من أهم هذه الأبنية معرفة مكان وجود رأس الزاوية. تعرف الطالبان على مكان رأس الزاوية من خلال برنامج جيوجبرا المرسوم فيها هيكل الساعة، إذ شكل عقربي الساعة زاوية رأسها في مركز الدائرة، لذا سماها طالبا المجموعة بالزاوية المركزية (الأسطر ٣٠–٣٣)، وكذلك عرف الطالبان الزاوية المركزية من خلال تعرفهم على أجزائها بدقة (الأسطر ٣٤–٣٧)، ورسم الطالبان زوايا مركزية أخرى مستخدمين برنامج جيوجبرا، وكما ذكرا أنّ ما يميز هذه الزاوية أنّ رأسها في مركز الدائرة وأضلاعها أنصاف أقطار (الأسطر ٣٨–٣٩)، نرى ذلك في الحدث التعلمي التالي:

٣٠ المعلم: شو هو الموجود بمركز الدائرة؟

٣١ وليد: رأسها

٣٢ المعلم: هيك صار عنا شيء وهو زاوية

٣٣ وليد: زاوية مركزية

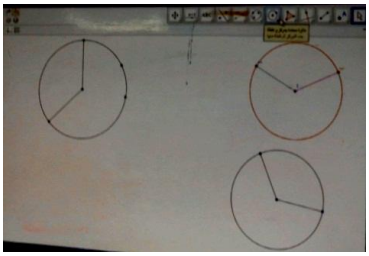
٣٤ المعلم: عرف الزاوية المركزية؟

٣٥ عمر: الزاوية المركزية الزاوية إللي بكون رأسها في مركز الدائرة وأضلاعها أنصاف أقطار

٣٦ المعلم: ممتاز، وليد

٣٧ وليد: أستاذ برضو نفسه هي الزاوية التي يكون رأسها في منتصف الدائرة وأضلاعها أنصاف أقطار

٣٨ من خلال ما تمّ رسمه في الأول بنكون عرفنا نرسم كمان زوايا أخرى مركزية بأشكال مختلفة. الشكل (١٠) يبين عمل المجموعة الأولى (عمر ووليد)، يسأل المعلم: ماذا يميز هذه الزاوية عن غيرها من الزوايا؟



الشكل (١٠): عمل المجموعة الأولى لرسم أشكال مختلفة لزوايا مركزية.

٣٩ وليد: رأسها في مركز الدائرة وأضلاعها أنصاف أقطار.

الجدول (١): ملخص ميزات كل مراحل من المراحل المختلفة لبناء المعرفة وهي التعرف على الزاوية المركزية

المرحلة	أهم ما يميز كل مرحلة
الحاجة	كان لدى الطالبين حاجة لأنّ يتعرفا على الزاوية المركزية، ومن هذه الحاجة ظهرة لطالبين حاجة لتعرف على مكونات الساعة، ورسم دائرة لأنّ شكل الساعة كان دائري، ورسم قطعتين مستقيمتين داخل هذه الدائرة إذ تعبر هاتان القطعتان عن عقربي الساعة.
التعرف– على	تعرف الطالبان على عناصر هندسية سبق وعرفها الطالبان من قبل، وهذه العناصر هي: (أ) المركز والمحيط، (ب) القطعة المستقيمة حيث لها بداية من المركز ونهاية في المحيط، (ج) إعطاء صفة لأنصاف الأقطار وهذه الصفة هي: القطع من المركز إلى المحيط، وكذلك تعرف الطالبان على وجود أنصاف أقطار داخل الدائرة. كما

	تمّ التعرف على وجود زاوية في الشكل الذي تمّ رسمه في برنامج جيوجبرا، وعرفت هذه الزاوية على أنّها ناتجة من تقاطع خطين.
البناء–مع	التعرف على صفات الزاوية المركزية المرسومة: رأس هذه الزاوية موجودة في المركز وضلعيها أنصاف قطار.
بناء معرفة جديدة	تعريف الزاوية المركزية: زاوية رأسها في مركز الدائرة وضلعيها أنصاف أقطار.

عمليات تعلّم المجموعتين الأُخريين للزاوية المركزية:

في البداية وجد حاجة لطلاب المجوعات الثلاثة بحيث كانت هذه الحاجة رسم دائرة وقطع مستقيمة تعبر عن نموذج حياتي وهو عبارة عن ساعة هيكلها دائري. أما في مرحلة التعرف–على اختلفت المجموعات في المفاهيم التي تعرفوا عليها من خلال الشكل الذي قاموا برسمه في برنامج جيوجبرا، حيث كان هناك اشتراك بين المجموعات في المفاهيم التي تعرفوا عليها كما هو موضح في الجدول السابق، وكذلك الأمر بالنسبة للبناءات التي قام بها طلاب المجموعات في مرحلة البناء–مع، فقد اشتركوا في بعض الأبنية واختلفوا في البعض الأخر كما يشير الجدول السابق. في النهاية ومع الاختلافات التي وجدت بين المجموعات في مرحلتي التعرف على والبناء–مع تعرف الطلاب على مفهوم جديد وهو الزاوية المحيطية وظهر هذا المفهوم في مرحلة بناء معرفة جديدة.

نتائج المقابلات

أهم الأفعال الرياضية التي قم بها طلاب المجموعات لكي يتوصلوا إلى مفاهيم وعلاقات هندسية لكي يتوصل الطلاب إلى مفاهيم هندسية مثل الزاوية المركزية والزاوية المحيطية، والعلاقات مثل العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية قام الطلاب بأفعال رياضية كان أهمها: رسم الأشكال الهندسية مثل الدائرة وقطع

مستقيمة، قياسات دقيقة تساعد في التوصل إلى العلاقة مثل قياسات الزوايا المجموعة الأولى، والجدول (٣) يبين نظرة طالبي المجموعة الأولى.

الجدول (٣): يبين نظرة المجموعة الأولى إلى الأفعال الرياضية التي

المفهوم/ العلاقة	المجموعة	نظرة الطالب	الفعل الرياضي
العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية	الأولى	عمر: قمنا برسم الدائرة ورسمنا عقارب الساعات والدقائق والثواني وأوجدنا قياس الزاوية المركزية وقياس الزاوية المحيطية، واستنتجنا أنّ قياس الزاوية المركزية تساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية. وليد: رسمنا الدائرة، وأضلاع، وزوايا وأوجدنا قياسات الزوايا.	رسم أشكال هندسية، وقياسات الزوايا.

ساعدتهم في التوصل إلى المفاهيم والعلاقات الهندسية الخاصة بالدائرة

نظرة الطلاب إلى المرحلة التي اعتبروها مهمة أكثر من غيرها بالنسبة لتوصل إلى المفهوم أو العلاقة:

لكي يتوصل الطلاب إلى مفاهيم هندسية مثل الزاوية المركزية والزاوية المحيطية، والعلاقات مثَّل العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية مر الطلاب بمراحل تساعدهم في التوصل إلى المفهوم أو العلاقة كان أهمها: قياسات الزوايا ساعد في التوصل إلى العلاقة، ورسم الأشكال الهندسية بصورة تساعد في التوصل إلى العلاقة، والجدول (٤) يبين نظرة طالبي المجموعة الأولى.

الجدول (٤): يبين نظرة المجموعة الأولى إلى المرحلة التي اعتبروها مهمة أكثر من غيرها بالنسبة للتوصل إلى المفاهيم والعلاقات الهندسية الخاصة بالدائرة

المفهوم/ العلاقة	المجموعة	نظرة الطالب	أهم مرحلة
العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية	الأولى	عمر ووليد: قياسات الزوايا. المعلم: لماذا؟ عمر :حتى نوصل إلى العلاقة.	قياسات الزوايا.

مساهمة النموذج الحياتي في التوصل إلى مفهوم أو علاقة:

النموذج الحياتي (الساعة) ساعد الطلاب في التوصل إلى مفاهيم هندسية أو علاقات من النموذج الحياتي. الأمور التي ساهم النموذج الحياتي في التوصل إليها منه هي: النموذج الحياتي ساعد في التعرف على مفاهيم هندسية جديدة، وساعد على التعامل مع عناصر هندسية، وكذلك ساعد على الربط مع المفاهيم والعلاقات الهندسية، والجدول (٥) يبين نظرة طالبي المجموعة الأولى.

الجدول (٥): يبين نظرة المجموعة الأولى إلى مساهمة النموذج الحياتي في التوصل إلى مفاهيم هندسية وعلاقات هندسية

المفهوم/ العلاقة	المجموعة	نظرة الطالب	المساهمة التي أدَّاها النموذج الحياتي
العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية	الأولى	وليد: ساعدنا في التعرف على الزاوية المحيطية والمركزية بعد أن قمنا برسمها في برنامج جيوجبرا.	النموذج الحياتي ساعد في التعرف على مفاهيم هندسية جديدة.

المساعدة التي قدمها برنامج جيوجبرا لتوصل إلى مفهوم أو علاقة:

برنامج جيوجبرا ساعد الطلاب في التوصل إلى مفاهيم هندسية أو علاقات هندسية، وأهم الأمور التي ساعدت الطلاب في التوصل للمفاهيم أو العلاقات من خلال البرنامج هي: رسم الأشكال الهندسية بسهولة ويسر داخل برنامج جيوجبرا من

خلال الأزرار التي يتيحها البرنامج، وايجاد قياسات الزوايا بدقة، وقياس أطوال الأضلاع بدقة، (٦) يبين نظرة طالبي المجموعة الأولى.

الجدول (٦): يبين نظرة المجموعة الأولى إلى مساهمة النموذج الحياتي في التوصل إلى مفاهيم هندسية وعلاقات هندسية

المفهوم/ العلاقة	المجموعة	نظرة الطالب	المساعدة التي يقدمها برنامج جيوجبرا
العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية	الأولى	وليد عن طريق رسم الدائرة، والأضلاع، وزوايا، وقياسات هذه الزوايا.	رسم الأشكال الهندسية، وقياسات الزوايا.

مساهمة برنامج جيوجبرا في القيام بعمليات النمذجة.

الأمور التي ساهم برنامج جيوجبرا في القيام بعمليات النمذجة: رسم الشكل الهندسي الذي يمثله النموذج بجميع أجزاءه بسهولة، وايضاً سهولة رؤية الأشكال الهندسية التي يمثلها النموذج داخل برنامج جيوجبرا بحيث تمكن من أعطاء تفسيرات لها، كما يساعد برنامج جيوجبرا في التوصل إلى العلاقة التي تكون موجودة داخل النموذج، والجدول (٧) يبين نظرة طالبي المجموعة الأولى.

الجدول (٧): يبين نظرة المجموعة الأولى إلى مساهمة النموذج الحياتي في التوصل إلى مفاهيم هندسية وعلاقات هندسية

المفهوم/ العلاقة	المجموعة	نظرة الطالب	المساهمة التي يقدمها برنامج جيوجبرا في عملية النمذجة
العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية	الأولى	عمر: عن طريق البرنامج وأيقونات استطعنا رسم هيكل الساعة اللي هو عبارة عن دائرة والعقارب اللي رسمناها أوتار وقطر في الدائرة.	رسم الشكل الهندسي الذي يمثله النموذج بجميع أجزاءه.

مناقشة نتائج الدراسة:

اشتركت المجموعات الثلاثة والتي تكونت كل منها من طالبين في القيام بعمليات فهم وتجريد نفصلها فيما يلي:

- في مرحلة الحاجة كان لدى أزواج الطلاب في كل مجموعة حاجة لرسم دائرة وقطع مستقيمة وذلك لأنّ نشاط الزاوية المركزية فيه نموذج حياتي (ساعة حائط)، كما أنّ متطلبات النشاط تتطلب رسم هيكل ساعة، فقام الطلاب برسم دائرة؛ لأنّ شكل الساعة المعروضة بالنشاط هو دائرة، ورسم الطلاب قطعا مستقيمة داخل الدائرة لتعبر عن عقارب الساعة.
- في مرحلة التعرف–على، تعرف طلاب المجموعات الثلاث على مفاهيم هندسية من الشكل الذي رسموه لهيكل الساعة، وهي مفاهيم كانوا قد تعرفوا عليها سابقا، وهذه المفاهيم هي: (أ) أنصاف الأقطار التي كانت تمثل القطع المستقيمة التي رسموها لتمثل عقارب الساعة، ونتج هذا التعرف من معرفة الطلاب السابقة لمركبات الدائرة، فأشار الطلاب إلى القطع التي رسموها في الدائرة وعرّفوها بأنّها أنصاف أقطار في الدائرة، (ب) الزاوية التي كانت موجودة في الشكل الذي رسموه للنموذج الحياتي (الساعة)، تعرف الطلاب على وجود زاوية في الشكل، وحدث ذلك من خلال البصر.
- في مرحلة البناء–مع مفهوم سابق، قام طلاب المجموعات ببعض الأبنية من خلال الشكل الذي رسمه الطلاب في برنامج جيوجبرا لهيكل الساعة، ومن هذه الأبنية تسمية الزاوية بالرموز، وكان هذا البناء ناتجا من معرفة الطلاب السابقة لتسمية الزاوية بثلاثة نقاط؛ لأنّ المعلم طلب منهم الإجابة عن السؤال الخامس من النشاط الثاني (ماذا يمكن أنّ نسمي هذه الزوايا؟)، إذ كان المقصود من السؤال التوصل إلى الاسم التعريفي للزاوية الموجودة في الدائرة التي يكون رأسها في المركز (تسميتها بالزاوية المركزية)، لكن

الطلاب قاموا بتسمية هذه الزاوية بالرموز، ومن معرفة الطلاب السابقة بمفهوم الزاوية قام الطلاب بوصف الزاوية من خلال الخصائص التي وجدت في الشكل الذي رسموه (ضلعا الزاوية متقاطعان في نقطة، هي رأس الزاوية)، ونتج هذا الوصف من خلال السؤال الثالث من النشاط الثاني (ماذا يميز هذه الزوايا؟).

على الرغم من اشتراك المجموعات الثلاث في عمليات فهم وتجريد كان هناك بعض الفروق بين هذه المجموعات، نصف الفروق بين المجموعات في كل مرحلة من مراحل الفهم والتجريد، ففي مرحلة الحاجة لم يكن هناك فروق بين المجموعات الثلاث لأنّ النشاط طلب رسم هيكل الساعة في برنامج جيوجبرا، فلم يكن إلا طريقة واحدة لرسم هيكل الساعة، وهي رسم دائرة تمثل هيكل الساعة الخارجي وقطع مستقيمة داخلها تمثل عقارب الساعة، وهنا يلاحظ أنّ ما أثر على تشابه مرحلة الحاجة هو صفات المهمة (Schellens, et al, 2005). أما طالبا المجموعة الثالثة، في مرحلة التعرف–على الزاوية، فقد عرَّفا الزاوية بالمفهوم العام لها فقال الطالبان: "أنّ الزاوية تنتج من تقاطع ضلعين بحيث تكون نقطة التقاطع بينهما رأس الزاوية"، وهذا التعرف نتج من المعرفة السابقة الموجودة لدى الطالبين عن الزاوية، وكان لظهور الزاوية بالشكل الذي رسمه الطالبان في برنامج جيوجبرا سبب هذا التعرف، أي أنّ شروط وطلبات المهمة هي التي ساعدت الطالبتين على القيام بالتعرف–على (Daher, 2012)، اما طالبا المجموعة الثانية لم يربطا موقع وجود هذا الزاوية في الدائرة فلم يصف الطالبان ضلعي الزاوية بأنصاف أقطار ولم يعبرا عن رأسها بأنه موجود بالمركز، وأن اختلاف مجموعات الطلاب في مرحلة التعرف–على نابع على الأغلب من صفاتهم الشخصية ومن معرفتهم الرياضية السابقة (Dunlosky, et al, 2013).

- في مرحلة البناء–مع مفهوم سابق كان هناك فرق في بناء طالبي كل مجموعة للمفاهيم، فطالبي المجموعة الأولى وصفا الزاوية بأنّها موجودة بين خطين وهذا البناء كان بصريا نتج من تمعن طالبي المجموعة الأولى للشكل فوصفا الزاوية بذلك؛ لأنّ الزاوية الموجودة بالشكل كانت موجودة بين أنصاف أقطار، لكن طالبي المجموعة الأولى لم يصفا الزاوية بأنّها بين نصفي قطر فهم شاهداها في الشكل على أنّها موجودة بين خطين فوصفاها بذلك، ومن ثم وصف الطالبان الزاوية بأنّها تنتج من تقاطع خطين بنقطة سماها الطالبان رأس الزاوية وهذا الرأس موجودة في المركز، هذا البناء كان أيضا من تمعن الطالبان للشكل، فالخطان اللذان عبر عنهما الطالبان بأنّ بينهما زاوية هما خطان متقاطعان بنقطة وهذه النقطة كانت موجودة في مركز الدائرة التي رسمها في برنامج جيوجبرا لهيكل الساعة فوصف الطالبان رأس هذه الزاوية بأنّه موجود في المركز، الذي أثر على اختلاف المفاهيم التي قدمها الطلاب في مرحلتي التعرف–على ومرحلة الباء–مع هو صفات الطلاب، وصفات المهمة الرياضية وأسئلة المعلم، وهذه الصفات مذكورة في الدراسات السابقة كعوامل مؤثرة على تعلّم الطالب (Baya'a & Daher, 2010).

استنتاجات الدراسة:

من النماذج الحياتية التي قدمت للطلاب كأنشطة، ومن نمذجة الطلاب لها في برنامج جيوجبرا الذي استفاد الطلاب منه في مراحل التعلّم المختلفة التي تعلّم فيها الطلاب مفاهيم هندسية في موضوع الدائرة مثل الزاوية المركزية والزاوية المحيطية والعلاقات الهندسية في موضوع الدائرة مثل العلاقة بين الزاوية المركزية والزاوية المحيطية، تعرف الطلاب على هذه المفاهيم والعلاقات من خلال المرور بمراحل الفهم المخلفة حسب نظرية التجريد في سياق نفصلها فيما يلي:

- في مرحلة الحاجة، كان من حاجات الطلاب التوصل إلى مفهوم هندسي جديد أو علاقة هندسية جديدة وهي رسم النموذج الحياتي الذي يتحدث عنه النشاط وإضافة ما يطلبه النشاط أيضا في برنامج جيوجبرا.

تحققت مرحلة التعرف–على، عندما قام الطلاب بالتعرف على مفاهيم هندسية سبق وعرفوها مثل الدائرة، ونصف القطر في الدائرة، وغيرها.

- في مرحلة البناء–مع مفهوم سابق، تمّ في المواقف التعليمية تعرف الطلاب على عناصر رياضية تعلموها سابقا ولها علاقة بالموقف الرياضي الجديد من الشكل الذي مثله في برنامج جيوجبرا للنموذج الحياتي، وبناءا على هذا التعرف بدأ الطلاب بعملية بناء مع هذه العناصر السابقة، إذ قدم الطلاب في الأنشطة المختلفة بناءات ساعدتهم في التوصل إلى المفهوم الهندسي أو العلاقة الهندسية المطلوب استنتاجها من عمل النشاط.
- في مرحلة بناء معرفة جديدة، قام الطلاب ببناء مفهوم هندسي جديد أو علاقة هندسية جديدة كانت نتيجة مفاهيم سبق وتعلمها الطلاب في مرحلة التعرف على، وأبنية سبق وتعلمها الطلاب في مرحلة البناء مع، فيمكن القول أنّ الطلاب جمعوا بين المفاهيم التي يعرفونها سابقا لاستنتاج مفهوم جديد أو علاقة جديدة.

توصيات الدراسة

بناءا على النتائج التي توصلت إليها الدراسة يوصي الباحث بما يلي:

١. إجراء مزيدا من الأبحاث حول نظرية التجريد في سياق وتسليط الضوء عليها في الدراسات العربية.
٢. إدخال أنشطة النماذج الحياتية لمنهاج الرياضيات بحيث يتعامل معها الطلاب في الحدث التعليمي مستخدما التكنولوجيا، أو بدونها.
٣. تدريب المعلمين على إعداد أنشطة للنماذج الحياتية تخدم الموضوع المراد تعليمه، فنشاط النموذج الحياتي يتيح الفرصة للطالب التعلّم بالاكتشاف.

المصادر والمراجع

المراجع العربية:

أبو مزيد، مبارك (٢٠١٢). أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلاب الصف السادس الأساسي بمحافظات غزة. رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة الأزهر، غزة، فلسطين.

الجهني، منصور. (٢٠٢٠). أثر استخدام برنامج جيوجبرا في تنمية البراعة العلمية الرياضية في مادة الرياضيات لطلاب الصف الثالث المتوسط بمدينة الرياض. مجلة التربية الخاصة والتأهيل، مؤسسة التربية الخاصة والتأهيل، ١٠(٣٧)، ١١٣-١٦٩.

أحمد، كريمة (٢٠٠٨). استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات التطبيقية في الرياضيات لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي. رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس، مصر.

إسحاق، حسن. (٢٠١٨). فاعلية استخدام برنامج الجيوجبرا "GeoGebra" في تنمية مهارات التفكير البصري والتحصيل في الرياضيات لدى طلاب الصف الأول المتوسط، دراسات تربوية ونفسية، جامعة الزقازيق، كلية التربية، ع(٩٩)، ٢٦٧-٣١٥.

الرفاعي، أحمد (٢٠٠٦). أثر برنامج في النمذجة الرياضية في تنمية استراتيجيات ما وراء المعرفة وسلوك حل المشكلة ومهارات التدريس الإبداعية لدى الطالب المعلم شعبة الرياضيات. رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، جامعة طنطا. مصر.

الرافعي، يحي بن عبد الله بن يحي (٢٠٠١). أثر بعض المقررات المقدمة للطلاب الجدد بكلية المعلمين بالدمام في نمو مرحلة التفكير التجريدي وفق نظرية بياجيه. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة أم القرى، المملكة العربية السعودية.

السيد، أحمد. (٢٠١٨). أثر تدريس الأشكال الثنائية باستخدام برنامج الجيوجبرا لطلاب الصف الأول المتوسط على التحصيل. مجلة العلوم التربوية والنفسية، المركز القومي للبحوث غزة، ٢(٢٤)، ١٠٧-١٢٤.

العطاس، أسماء والفراني، لينا. (٢٠٢٠). أثر استخدام برنامج جيوجبرا GeoGebra على تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتيا والتحصيل في الرياضيات لطالبات الصف الأول الثانوي بجدة. مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٥)، ٥٤-٧٥.

جريش، منى والبعلي، رانيا. (٢٠١٨). فعالية النمذجة الرياضية في تنمية القدرة على التفكير الإبداعي لدى التلاميذ ذوي صعوبات تعلم الحساب. مجلة كلية التربية، كلية التربية، جامعة بنها، ١١٥(٢٩)، ١٣٠ – ١٦٦.

عسيري، محمد وحسانين، حسن. (٢٠٢٠). أثر إستخدام استراتيجية النمذجة لتدريس الرياضيات في تنمية التفكير التوليدي وحل المسائل اللفظية لدى طالب المرحلة المتوسطة بمدينة نجران. مجلة جامعة الملك خالد للعلوم التربوية، مركز البحوث التربوية، كلية التربية، جامعة الملك خالد. ٧(٢)، ١٩٩ – ٢٤٢.

علي، عبدالستار والكنعاني، عبدالواحد. (٢٠١٧). تدريس الرياضيات التطبيقية وفق استراتيجية النمذجة وأثرها في تحصيل طلبة المرحلة الرابعة ومعتقداتهم نحو تعلم وتعليم الرياضيات. مجلة أبحاث البصرة للعلوم الإنسانية، كلية التربية للعلوم الإنسانية، جامعة البصرة، ٣(٤٢)، ٤٢١-٤٥٨.

عنبوسي، أحلام.، ضاهر، وجيه.، وبياعة، نمر (٢٠١٢). جيوجبرا في صف الرياضيات. جامعة، ١٦، ٣-٥٤.

مينا، فايز (٢٠٠٦). قضايا في تعليم وتعلّم الرياضيات. الطبعة الأولى، القاهرة، مكتبة الانجلو المصرية.

المراجع الأجنبية:

Adams, C. & Muilenburg, L. (2012). Incorporating GeoGebra into Secondary Mathematics Instruction to Improve Student Understanding. In P. Resta (Ed.), Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference (pp. 3507-3510). Chesapeake, VA: AACE.

Baya'a, N. & Daher, W. (2010). Middle School Students' Learning of Mathematics Using Mobile Phones: Conditions and Consequences. Journal of Interactive Learning Research, 21(2), 165-185. Chesapeake, VA: AACE.

BlomhØj, M.; Jensen, T. (2007). What's all the fuss about competencies. In W. Blum, P. L, Galbrath, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.),

Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study (pp. 45-56). New york: Springer.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. Zentralblatt fur Didaktik der Matheqmatik, 38(2), 86-95.

& Romberg, T. (2004). Powerful practices in mathematics Carpenter, T. & science. Research-based practices for teaching and lerning. Madison: University of Wisconsin.

Cheng, A. (2001). Teaching mathematical modeling in Singapore school. The Mathematics Educator – Association of Mathematics Educators, 6 (1), 63 – 75.

Daher, W. (2012). The influence of the characteristics of mathematical outdoor activities in mobile environments on students' emotions. International journal of interactive mobile technologies (iJIM), 6 (2), 4-11.

Daher, W. & Awawdeh Shahbari, J. (2013). Pre-service Teachers' Modeling Processes through Engagement with Model Eliciting Activities with a Technological Tool. International Journal of Science and Mathematics Education. DOI 10.1007/s10763-013-9464-2, 25-46.

Dreyfus, T. (2012). Constructing abstract mathematical knowledge in context. International Congress on Mathematical Education.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. Journal of Mathematical Behavior, 23, 271-300.

Dunlosky, J., et al. (2013). Improving students' learning with effective learning techniques promising directions from cognitive and

educational psychology. Psychological Science in the Public Interest .14 (1), 4-58

Greefrath, G. (2007). Modellieren lemen met offenen realitätsnahen Aufgaben, Köln: Aulis Verlage Ikeda, T.; Stephens, M. (1998): The influence of problem format on students` approaches to mathematical modeling. In: Galbraith, P.; Blum, W.; Booker, G.; Huntley, I.D: Mathematical Modelling – Teaching and Assessment in a Technology- Rich World. Chichester: Horwood Publishing.

Guncaga, J. & Majherova, J. (2012). GeoGebra as motivational tool for teaching and learning in Slovakia. North American GeoGebra Journal, 1 (1), 45-48

Jiang, Y., et al. (2000). Notch signalling and the synchronization of the somite segmentation clock. Nature 408: 475–479.

Kang, OK-KI. (2012). Teaching Mathematical Modeling in School Mathematics, 12th International Congress on Mathematical Education, Program Name XX-YY-ZZ, Coax. Seoul. Korea. Available through: http://www.icme12.org/upload/submission/1930_[Accessed .16/7/2015]

Khan, P. & Kyle, J. (2002). Effective Learning. Teaching Mathematics & Its Applications.

Memnun, D.S. (2012). The RBC+C Abstraction Process About The First Region Of The Coordinate System. A paper presented in the 2012 Orlando International Academic Conference. Orlando, Florida, USA, 2-4 January, 2012.

Molyneux-Hodgson, S., et al. (1999). Mathematical modeling the interaction of culture and practice. Educational studies in mathematics, 39, 167- 183.

Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In Modeling students' mathematical modeling competencies (pp. 43-59). Springer, Boston, MA.

Udi, E. & Radakovic, N. (2012). Teaching Probability By Using GeoGebra Dynamic Tool and Implemating Critical Thinking Skills. Pocedia – Social and Behavioral Sciences. Vol (46): 4943-4947. Avaliable online at www.sciencedirect.com

Ogwel, A. (2009). Using GeoGebra in Secondary School Mathematics Teaching: Towards Enhancing Higher Order Thinking Skill. ICT in the Classroom Conference. Durban Girls' College, September 24-26, 2009.

Ogwel, A. (2009, September). Using GeoGebra in Secondary School Mathematics Teaching. In ICT in the Classroom Conference. 24-26.

Schellens, T., et al. (2005). Learning in asynchronous discussion groups: A multilevel approach to study the influence of student, group, and task characteristics. Behaviour & Information Technology, 36, 704-745.

Stillman, G., et al. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. Mathematics: Essential research, essential practice. Vol. 2, pp. 688-797.